

## Esercizi svolti

### Esercizio n.1

Una parete piana è costituita da tre strati omogenei disposti in serie e separa due ambienti a temperatura rispettivamente di 20°C e di 3°C. Gli strati hanno le seguenti caratteristiche:

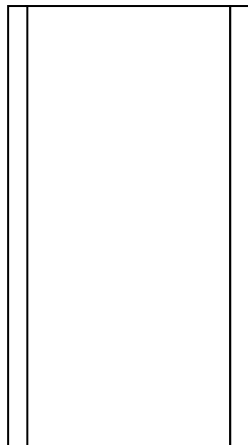
A) Spessore 2 cm, conduttività termica 0,65 W/m°C

B) Spessore 15 cm, conduttività termica 0,9 W/m°C

C) Spessore 3 cm, conduttività termica 1,2 W/m°C

Calcolare:

1. Il flusso termico trasmesso attraverso la parete, assumendo che il coefficiente di adduzione interna sia  $h_i = 8$  [W/m<sup>2</sup>°C] e quello di adduzione esterna sia  $h_e = 25$  [W/m<sup>2</sup>°C]
2. La distribuzione delle temperature all'interno della parete
3. Lo spessore dello strato di isolante (conduttività termica 0,042 W/m°C) da aggiungere alla parete in modo che, a parità di temperature degli ambienti, il flusso termico si riduce del 30%.



#### 1° quesito

Calcolo del flusso termico  $q$  in condizioni stazionarie

Il flusso termico è

$$q = \Delta T / R \quad (1)$$

Oppure

$$q = K \cdot \Delta T \quad (2)$$

dove  $R$  è la resistenza termica globale allo scambio termico della parete

$$R = R_{add,i} + R_A + R_B + R_C + R_{add,e} = 1/h_i + s_A/\lambda_A + s_B/\lambda_B + s_C/\lambda_C + 1/h_e =$$

$$= 1/8 + 0,02/0,65 + 0,15/0,90 + 0,03/1,2 + 1/25 = 0,38 \text{ [m}^2\text{°C/W]}$$

e  $K$  è la trasmittanza termica pari a:

$$K=1/R=2,6 \text{ [W/m}^2\text{°C]}$$

Sostituendo **R** alla (1) o **K** alla (2), il flusso termico risulta

$$q = (20-3)/0,38 = 43,9 \text{ [W/ m}^2\text{]}$$

### 2° quesito

Essendo anche  $q = h_i (T_i - T_{p,i})$

La temperatura sulla superficie rivolta verso l'ambiente interno è:

$$T_{p,i} = T_i - q/h_i = 20 - 43,9/8 = 14,5 \text{ [°C]}$$

$$q = (T_i - T_j)/R_j \text{ con } R_j = 1/h_i + \sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$$

$\sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$  è la resistenza termica alla conduzione degli strati a monte dello strato  $j$ .

La temperatura sulla superficie di contatto tra lo strato A) e quello B) è:

$$T_{A,B} = T_i - q(1/h_i + s_A/\lambda_A) = 20 - 43,9(1/8 + 0,02/0,65) = 13,2 \text{ [°C]}$$

La temperatura sulla superficie di contatto tra lo strato B) e quello C) è:

$$T_{B,C} = T_i - q(1/h_i + s_A/\lambda_A + s_B/\lambda_B) = 20 - 43,9(1/8 + 0,02/0,65 + 0,15/0,9) = 5,8 \text{ [°C]}$$

La temperatura sulla superficie rivolta verso l'esterno è:

$$T_{p,e} = T_i - q(1/h_i + s_A/\lambda_A + s_B/\lambda_B + s_C/\lambda_C) = 20 - 43,9(1/8 + 0,02/0,65 + 0,15/0,9 + 0,03/1,2) = 4,7 \text{ [°C]}$$

Ovvero

$$T_{p,i} = T_e + q/h_e = 3 + 43,9/25 = 4,7 \text{ [°C]}$$

### 3° quesito

Per calcolare lo spessore di isolante necessario affinché il flusso termico si riduca del 30%, cioè affinché si abbia un flusso  $q'$  pari al 70% di  $q$ , a parità di temperature interna ed esterna occorre individuare la nuova resistenza  $R'$  corrispondente:

$$q' = 0,7q = 0,7 \cdot 43,9 = 30,7 \text{ [W/ m}^2\text{]}$$

$$R' = \Delta T/q' = (20-3) / 30,7 = 0,6 \text{ [m}^2\text{°C/W]}$$

Ma  $R'$  è data dalla resistenza precedente incrementata di quella dello strato di isolante

$$R' = R + s_{is}/\lambda_{is}$$

$$s_{is}/\lambda_{is} = R' - R$$

$$s_{is} = \lambda_{is} (R' - R) = 0,042 \cdot (0,6 - 0,38) = 0,009 \text{ [m]}$$

## Esercizio n.2

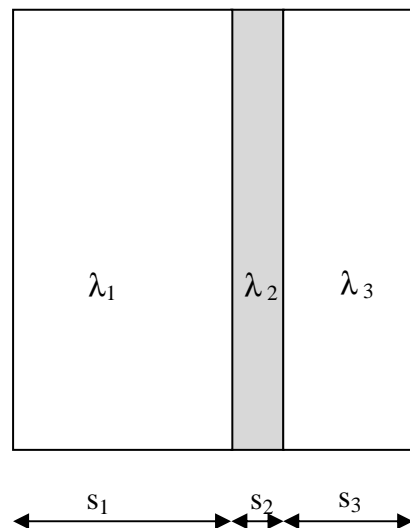
Una parete verticale costituita due strati di calcestruzzo ( $\lambda_1 = 0,7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) con interposto uno strato di isolante ( $\lambda_2 = 0,04 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ), separa un ambiente interno con temperatura dell'aria di  $18^\circ\text{C}$  con l'esterno a temperatura  $-5^\circ\text{C}$ .

Lo strato esterno di calcestruzzo ha uno spessore di 15 cm, quello interno di 10 cm, lo strato di isolante è di 3 cm.

- Calcolare il flusso termico specifico ( $\text{W/m}^2$ ) che attraversa la parete.
- Disegnare il profilo delle temperature all'interno della parete.

Si assumano i seguenti valori per i coefficienti di adduzione  $h_i = 8 \text{ W/m}^2\text{K}$  ,  $h_e = 23 \text{ W/m}^2\text{K}$

Suggerimento : disegnatte prima di tutto la parete



### 1° quesito

Calcolo del flusso termico  $q$  in condizioni stazionarie:

Il flusso termico è

$$q = K \cdot \Delta T \quad (1)$$

-  $K$  = trasmittanza termica globale della parete (reciproco della resistenza)

-  $\Delta T$  = differenza delle temperature interna ed esterna

Ricordando che per una parete piana multistrato considerata indefinita le resistenze di ogni singolo strato si sommano, avremo:

$$R_{tot} = R_{add,i} + R_1 + R_2 + \dots + R_n + R_{add,e}$$

Nel caso dell'esercizio, avremo tre strati:

$$R_1 = \text{spessore}_1 / \lambda_1 = 0,1 / 0,7 = 0,14 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$R_2 = \text{spessore}_2 / \lambda_2 = 0,03 / 0,04 = 0,75 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$R_3 = \text{spessore}_3 / \lambda_3 = 0,15 / 0,7 = 0,21 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

Considerando i coefficienti di adduzione  $h_i$  e  $h_e$  si avrà:

$$R_{add,i} = 1/h_i = 1/8 = 0,13 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$R_{add,e} = 1/h_e = 1/23 = 0,04 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$R_{tot} = 1,28 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$K = 1/R_{tot} = 0,78 \text{ [W/m}^2 \text{ K]}$$

Il flusso termico che attraversa la parete (potenza termica per unità di superficie) dall'ambiente interno verso l'esterno sarà:

$$q = K (T_i - T_e) = 0,78 \cdot [18 - (-5)] = 18 \text{ [W/m}^2 \text{]}$$

ovvero:

$$q = (T_i - T_e) / R_{tot} = 0,78 \cdot [18 - (-5)] = 18 \text{ [W/m}^2 \text{]}$$

### 2° quesito

In condizione stazionarie, il flusso termico che attraversa ogni singolo strato sarà lo stesso.

Possiamo continuare ad applicare sempre la stessa formula. Per uno strato  $j$ :

$$q = (T_i - T_j) / R_j \quad \text{con} \quad R_j = 1/h_i + \sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$$

$\sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$  è la resistenza termica alla conduzione degli strati a monte dello strato  $j$ .

Determinare la distribuzione della temperatura all'interno della parete:

- Temperatura della superficie interna della parete  $T_{p,i}$

essendo

$q = h_i (T_i - T_{p,i})$  essendo  $T_{p,i}$  incognita

si ricava

$$T_{p,i} = T_i - q/h_i = 18 - 18.03/8 = 15,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 1 (strato di calcestruzzo interno) e lo strato 2 (strato di isolante termico)  $T_1$ :

essendo

$$q = (T_i - T_1) / (1/h_i + s_1/\lambda_1)$$

si ricava

$$T_1 = T_i - q / (1/8 + 0,1/0,7) = 13,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 2 (strato di isolante termico) e lo strato 3 (strato di calcestruzzo esterno)  $T_2$ :

essendo

$$q = (T_i - T_2) / (1/h_i + s_1/\lambda_1 + s_2/\lambda_2)$$

si ricava

$$T_2 = T_i - q / (1/8 + 0,1/0,7 + 0,03/0,04) = 0,35 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie esterna della parete  $T_{p,e}$

essendo

$$q = (T_i - T_{p,e}) / (1/h_i + s_1/\lambda_1 + s_2/\lambda_2 + s_3/\lambda_3)$$

si ricava

$$T_4 = T_i - q / (1/8 + 0,1/0,7 + 0,03/0,04 + 0,15/0,7) = -4,2 \text{ } [^\circ\text{C}]$$

ovvero

$$T_{p,e} = T_e + q/h_e = -5 + 18/25 = -4,2 \text{ } [^\circ\text{C}]$$

**Si può adesso disegnare il profilo di T**

### Esercizio n.3

Una parete piana è costituita da quattro strati omogenei disposti in serie e separa l'ambiente esterno a temperatura di 22°C dall'esterno. La temperatura sulla superficie esterna della parete è 5°C. Gli strati hanno le seguenti caratteristiche:

- A) Intonaco di gesso, spessore 1 cm, conduttività termica 0,7 [W/m°C]
- B) Muratura di mattoni, spessore 45 cm, conduttività termica 0,5 [W/m°C]
- C) Strato di polivinilcloruro espanso rigido, spessore 2 cm, conduttività termica 0,03 [W/m°C]
- D) Intonaco esterno di malta di cemento, spessore 2,4 cm, conduttività termica 0,9 [W/m°C]

Calcolare:

1. Il flusso termico trasmesso attraverso la parete, assumendo che il coefficiente di adduzione interna sia  $h_i = 8$  [W/m<sup>2</sup>°C].
2. La temperatura dell'ambiente esterno, assumendo che il coefficiente di adduzione esterna sia  $h_e = 25$  [W/m<sup>2</sup>°C].
3. Le temperature in corrispondenza delle interfacce tra i vari strati.

#### 1° quesito

Calcolo del flusso termico  $q$  in condizioni stazionarie

Il flusso termico è

$$q = \Delta T/R \quad (1)$$

Poiché si conosce la temperatura della superficie esterna della parete  $T_{p,e}$ , ma non quella dell'ambiente esterno  $T_e$ , la  $\Delta T$  da inserire nella (1) è

$$\Delta T = T_i - T_{p,e}$$

Con  $R$  la resistenza della parete calcolata senza il contributo della resistenza all'adduzione esterna

$$R_{add,e} = 1/h_e$$

Quindi la (1) diventa

$$q = (T_i - T_{p,e}) / (1/h_i + s_1/\lambda_1 + s_2/\lambda_2 + s_3/\lambda_3 + s_4/\lambda_4) =$$

dove

$$T_i - T_{p,e} = 22 - 5 = 17 \text{ [°C]}$$

$$R = 1/8 + 0,01/0,7 + 0,45/0,5 + 0,02/0,03 + 0,024/0,9 = 1,86 \text{ [m}^2\text{°C/W]}$$

Allora:

$$q = 17/1,86 = 9,13 \text{ [W/ m}^2\text{]}$$

#### 2° quesito

Calcolo della temperatura dell'ambiente esterno

Poiché  $q = h_e(T_{p,e} - T_e)$  e  $T_{p,e} = T_e + q/h_e$ , si ha:

$$T_e = T_{p,e} - q/h_e = 4,6 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

### 3° quesito

Calcolo delle temperature in corrispondenza dell'interfaccia tra gli strati.

In condizione stazionarie, il flusso termico che attraversa ogni singolo strato sarà lo stesso.

Possiamo continuare ad applicare sempre la stessa formula. Per uno strato  $j$ :

$$q = (T_i - T_j)/R_j \text{ con } R_j = 1/h_i + \sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$$

$\sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$  è la resistenza termica alla conduzione degli strati a monte dello strato  $j$ .

Determinare la distribuzione della temperatura all'interno della parete:

- Temperatura della superficie interna della parete  $T_{p,i}$

essendo

$$q = h_i (T_i - T_{p,i}) \text{ essendo } T_{p,i} \text{ incognita}$$

si ricava

$$T_{p,i} = T_i - q/h_i = 22 - 9,13/8 = 21 \text{ }^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 1 (strato di intonaco interno) e lo strato 2 (strato di mattoni)  $T_1$ :

essendo

$$q = (T_i - T_1)/(1/h_i + s_1/\lambda_1)$$

si ricava

$$T_1 = T_i - q/(1/8 + 0,1/0,7) = 19,5^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 2 (strato di mattoni) e lo strato 3 (strato di isolante termico)  $T_2$ :

essendo

$$q = (T_i - T_2)/(1/h_i + s_1/\lambda_1 + s_2/\lambda_2)$$

si ricava

$$T_2 = T_i - q/(1/8 + 0,1/0,7 + 0,45/0,5) = 11,3 \text{ }^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 3 (strato di isolante) e lo strato 4 (strato di intonaco esterno)  $T_3$ :

essendo

$$q = (T_i - T_3)/(1/h_i + s_1/\lambda_1 + s_2/\lambda_2 + s_3/\lambda_3)$$

si ricava

$$T_3 = T_i - q/(1/8 + 0,1/0,7 + 0,45/0,5 + 0,02/0,03) = 5,3 \text{ }^\circ\text{C}$$